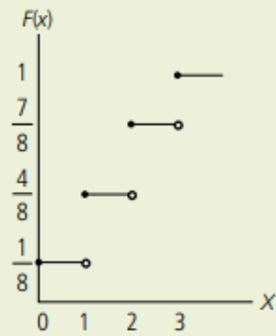




## Función Variable Aleatoria: Resumen

### Cuarto Medio Común

<p>• <b>Variable aleatoria</b></p>	<p>Una variable aleatoria es la función que asocia un evento con un valor numérico, por lo cual el dominio de la variable aleatoria corresponde al espacio muestral del experimento (conjunto de todos los resultados posibles) y el recorrido corresponde a todos los valores que toma esta variable aleatoria.</p> <p>Ejemplo: Si un experimento aleatorio consiste en lanzar tres monedas simultáneamente y se define la variable aleatoria <math>X</math> como la cantidad de sellos obtenidos, entonces los valores que puede tomar <math>X</math> (recorrido de la variable aleatoria) son <math>\{0, 1, 2, 3\}</math>.</p>																			
<p>• <b>Función de probabilidad</b></p>	<p>Si se define a <math>f</math> como la función de probabilidad asociada a una variable aleatoria <math>X</math>, entonces <math>f(x) = P(X = x)</math> y se interpreta como "la probabilidad de obtener <math>x</math> al realizar un determinado experimento aleatorio".</p> <p>Según el ejemplo anterior, el conjunto <math>\{0, 1, 2, 3\}</math> es el dominio de la función de probabilidad. Por lo tanto, <math>P(X = x)</math> corresponde a la probabilidad de que la cantidad de sellos al lanzar tres monedas sea <math>x</math>.</p> <p>La suma de todas las imágenes es siempre igual a 1. En el caso anterior, <math>P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 1</math></p>																			
<p>• <b>Representaciones de la función de probabilidad</b></p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">Situación</td> <td colspan="2">Se lanzan tres monedas simultáneamente y se define la variable aleatoria <math>X</math> como la cantidad de sellos obtenidos.</td> </tr> <tr> <td>Expresión algebraica</td> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math display="block">P(X = x) = \frac{-x^2 + 3x + 1}{8}</math></td> </tr> <tr> <td>Gráfico o tabla</td> <td style="text-align: center;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>P(X = x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{3}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{3}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{8}</math></td> </tr> </tbody> </table> </td> <td style="text-align: center;"> </td> </tr> </table>	Situación	Se lanzan tres monedas simultáneamente y se define la variable aleatoria $X$ como la cantidad de sellos obtenidos.		Expresión algebraica	$P(X = x) = \frac{-x^2 + 3x + 1}{8}$		Gráfico o tabla	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>P(X = x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{3}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{3}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{8}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$P(X = x)$	0	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{3}{8}$	2	$\frac{3}{8}$	3	$\frac{1}{8}$	
Situación	Se lanzan tres monedas simultáneamente y se define la variable aleatoria $X$ como la cantidad de sellos obtenidos.																			
Expresión algebraica	$P(X = x) = \frac{-x^2 + 3x + 1}{8}$																			
Gráfico o tabla	<table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>P(X = x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{3}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{3}{8}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{8}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$P(X = x)$	0	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{3}{8}$	2	$\frac{3}{8}$	3	$\frac{1}{8}$									
$x$	$P(X = x)$																			
0	$\frac{1}{8}$																			
1	$\frac{3}{8}$																			
2	$\frac{3}{8}$																			
3	$\frac{1}{8}$																			
<p>• <b>Función de distribución de probabilidad</b></p>	<p>También llamada función de probabilidad acumulada, <math>F(x)</math>. Corresponde a la suma de las imágenes de la función de probabilidad hasta un cierto valor de <math>x</math>.</p> <p>De acuerdo al ejemplo anterior,  <math>F(0) = P(X = 0)</math>  <math>F(1) = P(X = 0) + P(X = 1)</math>  <math>F(2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)</math>  <math>F(3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)</math></p> <p>Gráficamente, el ejemplo anterior quedaría como se indica en el gráfico de la figura adjunta.</p>																			





## Objetivo:

- Representar funciones de probabilidad y distribuciones de una variable aleatoria discreta.

## Ejemplo Completo Resuelto:

Se lanzan tres monedas al aire y se define la **Variable Aleatoria X**: la cantidad de sellos obtenidos.

- a) Escribe todos los valores que puede tomar la variable aleatoria X
- b) Determina la función de probabilidad de la variable aleatoria.
- c) Determina la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria.
- d) Grafica su función de probabilidad y su función de distribución.

## Resolución:

a)

Pasos:

- i) Determinar el espacio muestral al lanzar 3 monedas, c: cara y s: sello

$$\Omega: \{(c, c, c)(s, s, s)(c, s, s)(s, c, c)(c, s, c)(s, c, s)(c, c, s)(s, s, c)\}$$

- ii) Determinar los valores de la variable aleatoria X: cantidad de sellos

Nos fijaremos en la cantidad de sellos en cada combinación:

(c, c, c): no hay sellos: 0

(s, s, s): hay 3 sellos: 3

(c, s, s): hay 2 sellos: 2

(s, c, c): hay 1 sello: 1

(c, s, c): hay 1 sello

(s, c, s): hay 2 sellos

(c, c, s): hay 1 sello

(s, s, c): hay 2 sellos

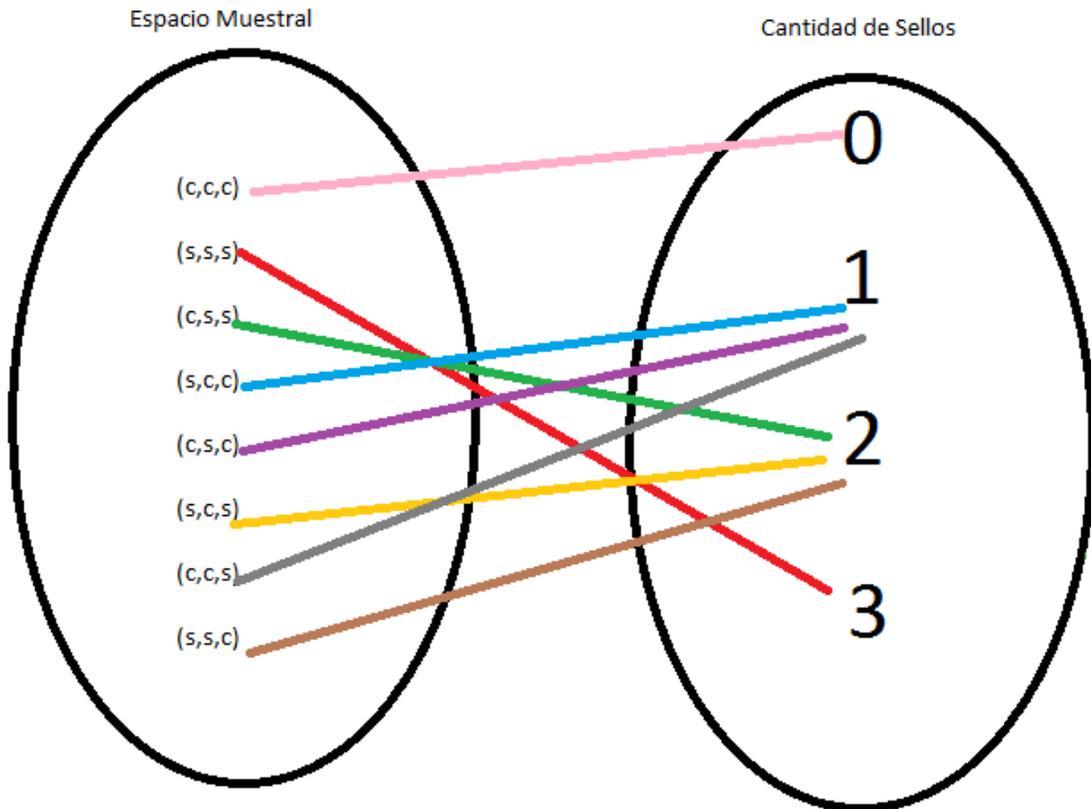
**Respuesta: Los valores que tomará la Variable Aleatoria son: {0,1,2,3}**



b)

Pasos:

Debemos ver cuántas combinaciones están asociadas a cada valor de la Variable Aleatoria:



Al ser 8 combinaciones

- La probabilidad de obtener 0 sellos:

$$P(X = 0) = \frac{1}{8}$$

- La probabilidad de obtener 1 sello:

$$P(X = 1) = \frac{3}{8}$$

- La probabilidad de obtener 2 sellos:

$$P(X = 2) = \frac{3}{8}$$



- La probabilidad de obtener 3 sellos:

$$P(X = 3) = \frac{1}{8}$$

c)

Pasos: Se debe observar la función probabilidad e ir sumando de forma acumulada

$$F(0) = P(X = 0) = \frac{1}{8}$$

$$F(1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8}$$

$$F(2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

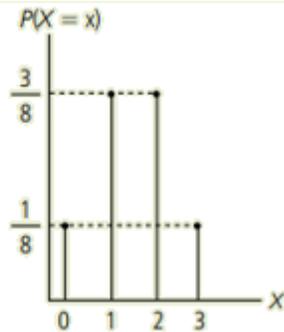
$$F(3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

d)

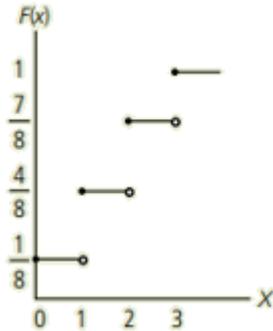
Pasos:

- 1- Graficar la función probabilidad

$x$	$P(X = x)$
0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{8}$



- 2- Graficar la función distribución:



## Actividad:

Considera el experimento aleatorio “lanzar dos dados” y la **Variable Aleatoria X = cantidad de números primos** que aparecieron en ambos dados. Recuerda que el 1 no es un número primo.

- Escribe todos los valores que puede tomar la variable aleatoria X
- Determina la función de probabilidad de la variable aleatoria.
- Determina la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria.
- Grafica su función de probabilidad y su función de distribución.

**Autoevaluación:** En cada uno de los indicadores marca con una “x” bajo el nivel de logro que tú consideras que alcanzaste.

Indicador	Logrado Completamente	Medianamente Logrado	Por Lograr
Determino los valores que puede tomar la variable aleatoria finita.			



<p>Aplico correctamente la terminología <math>X = x_i</math>, en la cual los <math>x_i</math> representan los valores que puede tomar la variable aleatoria.</p>			
<p>Determino las probabilidades de una variable aleatoria aplicando la terminología <math>P(X = x_i)</math>.</p>			
<p>Elaboro tablas y gráficos para representar la distribución de una variable aleatoria finita.</p>			